

# 培 训 数 理 经 济 学 家

[苏] И. Н. 切雪姆尼克

吴驯叔 译

来源：《高等教育研究》  
1983 年第 1 期

## 培 训 数 理 经 济 学 家

[苏] И.Н.切雪姆尼克

吴驯叔 译

经济科学的现况和社会主义经济发展对经济科学的要求，编制计划和从事经济实践的日常工作——这一切均对以培训受有广博教育的经济学家为目标的高等教育提出了新的任务。

时到今天，经济的许多方面，仅用逻辑模型来研究已变得越来越不可能了。经济学家不能用严格的数学形式去构造经济过程和经济现象的模型。数学方法的应用能使我们就最广泛的一类经济问题——从全国经济范围到部门经济或工业中的生产计划获得最有效的(最优的)解答。

对经济情况的形(公)式化，对已构成的数学模型的研究，以及对所得解答的经济分析，除了需要深刻了解经济学外，非形式的数学知识也是不可缺少的。

譬如说，人们必须对国民经济某一明确规定的部门计划按某种准则进行最优化。

在构造一经济数学模型时，不可能包括所有的因素，因此必须把主要因素包括在内，而把次要因素排除出去。但只有在充分了解所给经济情况的基础上才能正确地分主要因素和次要因素。让我们进一步设想，所拟的模型正好是一个线性规划的问题，而由于某种原因，这个具体问题尚无任何现成的解法，但它具有若干特性，可以通过修改几个已有的程序来解决。而要做到这一点

就需要受过经济学方面的教育和具备有渊博的数学知识。

现在，打个比喻说，在经济学中数学必须起着如它在物理学中所起的那种作用。数学必须不仅是计算方面的一种方便的语言和工具，而且必须是一种研究工具。

进一步说，对于经济学家(不仅是物理学家)来说，不但数学的用途就连它的优美形式都是重要的。数学教给学生以独立思考，发展他们的智力适应性，反复促进他们做研究工作的愿望和寻找规律性的兴趣。

经济-数学专门化(经济控制论专门化)先后创建于国立列宁格勒大学(1958年)，莫斯科国民经济学院(1958年)，国立莫斯科大学(1960年)以及国立拿佛锡波斯克大学(1962年)的经济系。为了培养合格的经济学家兼数学家，在经济控制论专业的数学计划中，用于数学课程的学时，在列宁格勒大学占总学时(约4,000学时)的30%左右，在国立莫斯科大学，国立拿佛锡波斯克大学以及莫斯科国民经济学院占20%以上。

兹列举1964年国立莫斯科大学经济系经济控制论专门化的学习计划为例，它包括的数学课程：微积分(440学时)，线性代数(210学时)，概率论(72学时)，理论统计与数理统计(110学时)，数学规划(260学时)，数值分析技术与方法(72学时)，运筹分析(36学时)，排队论(36学时)，共计1,236学时。

从所列的课程本身我们看到了明显的经济学方向。

实际上将怎样使用这些学时呢？

大家知道，一门课程的教学存在着不同的深度和广度。教学方法的选择主要决定于对未来专家的最终培养目标。例如，理论

物理专门化的数学训练是如何地不同于机械结构学院的数学训练的。对于物理学家来说，数学不仅是分析工具而且是研究工具，而对工程师来说，数学只不过是一种计算工具而已。这说明了数学方面的不同训练。教师要使未来的物理学家细致地熟悉数学的难点和特点；基本定理要得到颇为严格而认真的证明。总之，本学科要教给学生以深度。但对机械制造者，则教得比较浅近，证明时略去细节；基本事实通常根据其显然性而予以“承认”，即对它们不作深究。

我们已经提到，数学在经济学中的日益重要的作用，以及数学在经济学中要成为一种研究工具。因此对未来经济学家兼数学家的数学讲授，必须象教理论物理学家那样的透彻。

我们再次强调，对许多计算来说，所必须知道的仅是四则运算。为此几乎无必要认真研究数学。在这种情况下，教师必须做的就是简明地交待一切，然后示范怎样去做，并推荐一种典型的做法。例如，教师用单纯形方法很快就能教会学生怎样解线性规划问题（单纯形法最后将化为四则运算的反复应用和单纯形表中某些数的迭代）。要理解这一点，低年级教育的七年级中所学到的数学就很够了。但是，很清楚，这样训练不出尔后构造经济数学模型的能力，也造就不了能在经济研究中创造性地使用数学工具的专家。

国立莫斯科大学经济控制论专业是怎样教数学分析的呢？其他数学课（这些课程的目的和作用对于培养经济学家都是比较明显的）又是怎样具体安排的呢？数学学习开始于第一学年。数学课程的教师首先着手把中学毕业生向未来的科学家转化。这第一

步是艰难而需要花大量时间的。数学中抽象概念的学习往往不能依赖于感官，而由于缺乏形象模型，越发增加了困难。经验表明，即使稍为减少数学学时，也会导致学生的数学程度的急剧下降。

数学教育的基础是微积分。在这个课程中，通过比较简单的数学问题去研究诸如函数依从关系，连续性，极值（绝对的，条件的，局部的，全局的），上、下极限及其他基本概念。

而且，在学习与工作中，我们经常遇到这些概念（明显地或隐含地），如果学生在第一学年不消化吸收这些概念，他就不能机动灵活地运用它们。

在第一学年和第二学年数学课的教学过程中，所有的定理都用完全的证明去引出。为了向学生灌输对数学的真实感，教会他用严格方法去区别真假，这些是必要的。用完全的证明引出一切命题，将赋予学生一种能力，使他根据精确的论证作出必要的判断。

从第三学年开始，具体的证明可以完全省略，或仅提示证明的思想，给学生留下独立去完成这些证明的作业。但在第一学年，我们遵循的原则是，对所讨论的内容全部给予完全的证明。

除了作为正规计划部分而进行的通常的练习以外，还留给学生理论性的问题，使其进一步弄清讲课时所讨论的概念。这些理论问题能使人们深入解课堂讲义，并使讲课中所提出的概念更加明朗。

下面是我们建议在微积分课程中必须讲的一些理论性问题的例子。

用“积极的方式”明确表达一函数在其极限处没有值，一函

数在一点上不连续,或一给定函数序列非均匀收敛。藉助于  $\varepsilon \rightarrow n(\varepsilon)$  表明一自然数  $n$  的函数  $U(n)$  的极根等于  $a$ 。理论性的问题还可以继续列举。

数学课程都有一个“经济学方向”。这不仅是指例子(而最重要的因素不在于这些例子),而且指教材的选择和分配。例如,在有关微积分的课程中,最认真注意的有:“多变数函数”和这个主题范围内的梯度概念;在开域和闭域上的极值理论(绝对的与条件的,局部的与全局的);局部极值的可能的多重性;数学规划一般问题的提出;以及线性规划问题的求解主要通过检查多面体顶点的原因。

经济学家兼数学家应清楚地理解,如果在一开集上考虑一(连续)函数,那么它可能没有最大值(即全局极大值)然而可能有一些局部极大值;而如果在一闭集上考虑它,则它必有全局极大值和全局极小值。如果连这样简单的道理都不理解,就会在甚至是重要的经济学论文中出现令人遗憾的错误。

在“微分方程”部分中,很多时间花在线性微分方程与方程组上,以及解的稳定性概念和运算方法上。也分析了解差分方程的程序。

增加微分方程和差分方程的这些部分就要减少其他内容。关于“积分”部分,对初等积分法的学习和定积分的应用所花费的时间比工程学院和数学系少。为了求原函数,学生必须使用专门手册(例如 W. L. 斯莫蓝斯基的不定积分表)。毕竟在实践中没有人用泰勒公式去计算  $\ln^2$ , 而只从表中读出这个数值。

解析几何和高等代数合成一门课即线性代数,其中讲线性几

何体与线性不等式。这是根据 I. V. 格沙诺夫和 Iu. N. 梯林的建议而这样做的。I. V. 格沙诺夫和 Iu. N. 梯林是国立莫斯科大学机械-数学系讲师，他们积极参加了数学的课程设置（1964 年确定）。

在全面和认真地学习微积分和线性代数后，学生进而掌握数学规划（一门直接由经济学问题引出来的课程）。

当数学课以严谨的方式讲授时，下面的困难就发生了。对于在专业课中是必要的然而没有安排在总学时内的那些章节怎么办？

有人建议把这些章节的一部分编成专门课程，而不致扰乱条理井然的开头的数学课程，以免使它们变成“支离破碎”的东西。例如微分差分方程（和一些其他的应用章节），不适合于放到微积分学里。因为学生原来已掌握必要的最低限度的数学知识，这些方程可以在直接用到的时候简略地讲一下，并向那些有特殊兴趣的学生介绍适当的文献（论文或书籍）即可。

在经济控制论系，不仅要非常注意学生的认真的理论准备，而且还要非常注意实际训练和良好而迅速的独立计算能力。

为此目的，安排了要做大型计算的实际经济-数学作业，包括必须用约当-高斯法解六阶线性代数方程组，用单纯形法解线性规划问题，应用最小二乘法的问题及其他。学生在第二学年借助于台式计算器解这些问题。

名为“数学机器及其在经济学和计算机程序中的应用”的课程在教学计划中占 136 学时。由于现今计算机在科学研究计划及经济组织中的广泛使用，必须增进学生在程序方面的训练和在控制台前的工作能力。在计算机中心工作的专家证实，如果把这 136

学时的 50% 用于讲机器结构，50% 用于程序教学，就得不到任何效果。但是，用 136 学时去教学生编制程序实际上是足够的。当然，这时学生就不能详细熟悉机器的结构。我们这样做了。毕竟人们开车并不需要马达结构的详细知识。

学生在系属计算机中心度过的长达一个月之久的实习期，巩固了他们已获得的知识。在此之后，在高级课程中，学生可以用计算机进行与他们的课程和毕业设计有关的计算。

在经济系，经济控制论专业的数学教学还在不断地改进和完善着。例如，最近将提出在不省却所安排的学时的情况下，使课程能多少更适应现代需要。所建议的新课程修改方案之一如下：微积分（408 学时），线性代数（206 学时），数理逻辑及算法论（64 学时）。组合代数及图论（54 学时），概率论及数理统计（136 学时），决策论（326 学时），数值方法（54 学时）；共 1,248 学时。

大家知道，目前对“有限”数学的兴趣剧增，“有限”数学现在正在迅速发展。“有限”数学仅涉及有限集合，而与无限集合，极限及连续无关。

转向“有限”数学主要由数字计算机的出现造成。数字计算机，由于其普遍性与速度，使得一些原先与数学方法关系疏远的科学（其中包括经济学）“数学化”。“有限”数学在经济数学研究中有广泛的应用。

这说明了在数学课程表中之所以增加数理逻辑和组合代数（“有限”数学的组成部分）。在数理逻辑的基础上正在设置一门名为“数据处理系统与计算机程序”的课程（136 学时）。我们想把这门课安排到工艺和技术控制课程中去，以代替“数学机器及



其在经济学和计算机程序中的应用”这门课(其中包含有简短的数理逻辑要义)。

在我们讲到名为“决策论”的这门课的目的与结构之前，我们想讲几句简短的题外话。

自 1949 年以来，在 A·N·柯尔莫戈洛夫院士的倡议下，国立莫斯科大学机械-数学系就开设了一门名为“数学分析 3”的课程，它以三门不同课程(实变函数论，变分法，及积分方程论)的材料为基础，用统一的一个观点阐述全部材料。

在 S·卡林的《对策论、规划论和经济学中的数学方法》(莫斯科，1964 年)一书中，确定性静态最优化问题不是从许多相异方法的观点去考虑的，而是从单一的包含一切的分析方法论的观点去考虑的。

有人建议在经济控制论专门化中进行类似的做法。在数学课程的修改方案中，把一些学科(数学规划，对策论，运筹学及其他)汇合成一门学科(决策论)，然后从一个单一的观点去讲授。这门学科将是完成经济学家兼数学家的数学教育的主干课，在它的基础上规划经济学-数学的全部课程。

应注意到，按照我们的意见，讲课应是经济控制论专门化学生的主要知识来源。教科书和辅助物，虽然是必不可少的，但只应起辅助作用。确实，遗憾的是，到目前为此还没有适用于经济数学学科的教科书。为了弥补这方面的不足，把讲授过一遍的讲义公开出版是有意义的。

至于数学教科书，事情就多少简单一些。鉴于数学家和物理学家致力于全面的和认真的数学学习，现在的为数学和物理学生

写的教科书是适合于使用的。但仍然需要为经济控制论专门化学生撰写专门的数学教本。这些教本应表现出新的教学法成份；不仅要包含有经济例解，而且要有反映经济学学科特色的新章节段落。

(译自莫斯科大学通报《数学研究》第三卷第四期)